A KÖRSZIMMETRIKUS *PELIKÁN*-FELÜLET ALAKÚ SÁTOR SZABÁSMINTÁJÁRÓL

H. Pálfalvi Dóra^{*} - Hegedus István^{**}

RÖVID KIVONAT

A tanulmányban azt mutatjuk meg, hogy hogyan lehet egy körszimmetrikus feszített sátorhéj szerelési alakjának felvétele után a sátor szabásmintájának elkészítéséhez szükséges feszültségmentes alakot meghatározni.

1. BEVEZETÉS

A sátrak többszörösen görbült felületszerkezetek, melyeket sík ponyvaanyagból kell eloállítani. A felület görbületeit egyrészt megfelelo szabásminta alkalmazásával, másrészt a ponyvaanyag kicsiny rugalmas alakváltozásaival hozzák létre.

A mai gyakorlatban használt ponyvák szálerosítésu szintetikus anyagok, melyek két fo alkotóelembol állnak: textilbetétbol és muanyag filmbol. A hagyományos textilbetét egymásra meroleges irányban vezetett nagy szilárdságú szálakból készül, szövési technológiával. A szövet mechanikai tulajdonságai hossz- és vetülékirányban különbözoek. Mivel ez kedvezotlen lehet a felhasználhatóság szempontjából, használnak olyan speciális szövéstechnológiával készülo, vagy ún. nemszott textíliát is, melyekben három, vagy akár meghatározhatatlan számú irányban futnak a szálak. A textilbetétet egyik vagy mindkét oldalán muanyag film burkolja, amely védi a külso hatásoktól, de befolyásolja a ponyva eredo mechanikai tulajdonságait is. [4]

A merevség szempontjából a szálak iránya meghatározó. Ha elhanyagoljuk az izotrópnak tekintheto muanyag rétegek mechanikai szerepét, a hagyományos szövésu ponyva ún. hiányos merevségu ortotróp felület. Hiányos merevségu felületen nem alakulhat ki tetszoleges membránállapot; a szerelési alak meghatározásánál feltételezett *Pelikán*-féle feszültségállapot létezéséhez az szükséges, hogy a szálirányok mindenütt a felület esés-, ill. szintvonalainak irányai legyenek.

A kitüntetett merevségi irányokat akkor is a szálirányok jelölik ki, ha a hiányos merevség elkerülése céljából figyelembe vesszük az izotróp rétegek mechanikai közremuködését. A cikkben szereplo körszimmetrikus sátorfelületet ortotróp héjnak tekintjük, amelyben a szálirányok megegyeznek a felület meridián-, ill. gyuruirányával. Ezzel a feltételezéssel hiányos merevségu felület esetén is eleget teszünk a *Pelikán*-féle feszültségállapot létezésére vonatkozó feltételnek.

^{*} okl. építomérnök, PI-Hun Mérnöki Tervezo Kft.

^{**} okl. mérnök, a musz. tud. doktora, egyetemi tanár, BME Hidak és Szerkezetek Tanszéke

A szabásminta elkészítését egy alakfelvételi számítás elozi meg, melynek eredményeként megkapjuk a sátor szerelési alakját. (Szerelési alaknak a tehermentes, feszítési sajátfeszültségi állapotban lévo sátoralakot nevezzük.) Ilyen alakok a meghatározásával korábbi munkáinkban [3,6] foglalkoztunk.

Az alakfelvételi számításokkal meghatározott szerelési alak tehát az elofeszítési feszültség alatt álló ponyva alakja, a szabásminta ezzel szemben feszültségmentes állapotra vonatkozik. (A feszültségek hatására létrejövo megnyúlás több %-os is lehet, ami például egy 30 m ívhosszúságú ponyvánál akár 2 m körüli értéket is jelenthet [4].) Ezért eloször a szerelési alakból vissza kell számítani a felület feszítés elotti, feszültségmentes alakját, majd ebbol az alakból kell meghatározni a szabásmintát.

A szabásminta eloállításának szokásos módszere [2] az, hogy a felületet egy síkháromszögekbol álló hálózattal fedjük le, amelynek csomópontjai a felületen fekszenek. Ha a háromszögek méretét elegendoen kicsinyre választjuk, elhanyagolható a síkháromszögeknek és a felületi háromszögeknek a felület görbült voltából adódó eltérése, de a hálózat a csomópontokban összeéro csúcsok szögösszegének a 2π -tol való eltérésével "emlékezik" a felület zérustól különbözo Gauss-féle görbületére [1]. Megfelelo vágási vonalak beiktatásával azonban a hálózat így is síkba terítheto, azaz a sík ponyván föl lehet rajzolni olyan háromszögek sávszeru láncolatait, amelyek összeillo éleit egymáshoz rögzítve a görbült felületet elfogadhatóan közelíto hálózat összeáll. Ezt a rajzot tekintjük a sátor szabásmintájának. A háromszögekkel történo lefedésbol adódó pontatlanságokat az anyag kicsiny nyúlásokkal és szögtorzulásokkal küszöböli ki.

A gyakorlatban a sávok szélességét kicsiny görbületu felület esetén a ponyvaanyag gyártási szélessége határozhatja meg, de nagy görbületu felületek esetén általában ennél keskenyebb méretet kell alkalmazni. Ugyancsak el kell térni a gyártási szélességtol, ha a ponyva szálirányával követnünk kell a felület kijelölt felületi irányait.

A következo számítások körszimmetrikus *Pelikán*-felületekre vonatkoznak, melyek meridiánjának alakja logaritmus görbe. A felületeknek két pereme van: az alapsíkon fekvo kör és egy felso, árbocra függesztett, az elobbivel koncentrikus gyuru. A szerelési alak eloállítása úgy történhet, hogy a külso és a belso peremgyurure még a talajon ráfeszítik a ponyvát, majd a belso gyurut a központban álló függoleges árbocon felhúzva addig emelik, míg a ponyva felveszi végleges alakját.

2. A FESZÜLTSÉGMENTES ALAK VISSZASZÁMÍTÁSA

Az 1. ábra a feszültségmentes és a szerelési alakot mutatja. Jelölje a szerelési alak meridiánjának koordinátáit r és z, jelölje ugyanezen felületi pontok koordinátáit a ponyva feszültségmentes állapotában r_0 és z_0 .

Az ábrán látható, hogy a feszítés, azaz a belso peremgyuru emelése közben a görbe pontjainak helyzete nemcsak függoleges irányban változik, hanem a mozgatás hatására sugárirányban is tágul. A feszítés során létrejövo elmozdulások:

$$u=r-r_{0,}$$

 $w=z-z_{0.}$

A vizsgálatot a szerelési állapot szerinti alakból kiindulva kell végeznünk. A *Pelikán*féle feszültségállapotban lévo feszített körsátor meridiángörbéjének általános alakja

$$z(r) = a \cdot \left(C_1 + C_2 \cdot ln \frac{r}{a}\right).$$
(1.a)
$$\frac{szerelési alak}{feszítetlen alak}$$

$$r$$

$$r$$

$$r$$

$$r$$

$$r$$

$$r$$

1. ábra: A meridián alakja megfeszítés elott és után

Ha *a*-nak az alapkör sugarát tekintjük, továbbá *b*-vel jelöljük a belso kör sugarát, Ha *a*-nak az alapkör sugarát tekintjük, továbbá *b*-vel jelöljük a belso kör sugarát, *h*-val a két perem távolságát, az (1.a)-ban szereplo konstansok határozottá tehetok:

$$z(r) = C \cdot a \cdot \left(1 - \ln \frac{r}{a}\right), \qquad \text{ahol } C = \frac{h}{a \cdot \left(1 - \ln \frac{b}{a}\right)}. \tag{1.b}$$

A *Pelikán*-féle feszültségállapot a redukált membránerok egyenloségét jelenti [1]. Jelölje n_0 a konstans redukált metszeterot. A felületi metszeterok n_0 és z(r) alapján az alábbi képletekkel számíthatók:

$$N_a = n_0 \cdot \sqrt{1 + z_r^2}$$
, $N_J = n_0 \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + z_r^2}}$, (2.a,b)

ahol a meridián irányát (a) ill. a gyuruirányt (J) indexek jelölik, r index pedig az r szerinti deriváltat jelzi.

A meridián- ill. gyuruirányú nyúlások a felületi metszeterok alapján:

$$\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{a}} = \frac{N_{\boldsymbol{a}}}{E_{\boldsymbol{a}} \cdot t} - \frac{\boldsymbol{n}_{\boldsymbol{a}} \cdot N_{\boldsymbol{J}}}{E_{\boldsymbol{a}} \cdot t} = \frac{n_0}{E_{\boldsymbol{a}} \cdot t} \cdot \left[\sqrt{1 + z_r^2} - \boldsymbol{n}_{\boldsymbol{a}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + z_r^2}} \right], \tag{3.a}$$

$$\boldsymbol{e}_{J} = \frac{N_{J}}{E_{J} \cdot t} - \frac{\boldsymbol{n}_{J} \cdot N_{a}}{E_{J} \cdot t} = \frac{n_{0}}{E_{J} \cdot t} \cdot \left[\frac{1}{\sqrt{1 + z_{r}^{2}}} - \boldsymbol{n}_{J} \cdot \sqrt{1 + z_{r}^{2}} \right],$$
(3.b)

ahol E_a ill. E_J az ortotróp ponyva adott irányú rugalmassági modulusait, n_a ill. n_J a harántkontrakciós tényezoket, t a vastagságot jelöli.

2.1. A vízszintes irányú feszítési elmozdulás

A feszítés hatására a felület r_0 koordinátájú pontjának a forgástengelytol mért A feszítés hatására a felület r_0 koordinátájú pontjának a forgástengelytol mért távolsága r_0 -ról r értékre változik. A megváltozást a feszítési elmozdulással, ill. a feszítési nyúlással kifejezve:

$$r = r_0 + u = r_0 \left(1 + \boldsymbol{e}_J \right),$$

tehát

$$r_0 = \frac{r}{1 + \boldsymbol{e}_J}.\tag{4.a}$$

Alakítsuk át a (4.a) képletet úgy, hogy a benne szereplo törtet e_J hatványsorába fejtjük és kicsinységük miatt elhagyjuk e_J egynél magasabb kitevoju tagjait. Így r_0 -ra az alábbi közelítést kapjuk:

$$r_0 \approx (1 - \boldsymbol{e}_J) \cdot r \,. \tag{4.b}$$

Ezt a kifejezést úgy értelmezhetjük, hogy a feszültségmentes alakra jó közelítést ad, ha azt a szerelési alaknak a feszítési nyúlással ellentett nagyságú fajlagos alakváltozások hatására megváltozott alakjának tekintjük. Az deformáció (2.b) képletét (4.b)-be helyettesítve tehát a feszültségmentes alak pontjainak alaprajzi helye meghatározható, a sugárirányú feszítési elmozdulást pedig az

$$u(r) = \boldsymbol{e}_J \cdot r \tag{5}$$

képlet adja. A képletet pontosabbá lehet tenni az e_J szerinti sorfejtésben figyelmen kívül hagyott kvadratikus stb. tagok figyelembevételével, de erre általában nincsen szükség, mert a gyuruirány feltételezésünk szerint az ortotrópia egyik "eros" iránya.

2.2. A függoleges irányú feszítési elmozdulás

A *w* függoleges irányú feszítési elmozdulás meghatározása összetettebb feladat. Ehhez eloször fel kell írni a feszítetlen meridián ds_0 elemi hosszát majd annak megváltozott ds hosszát, amelyekbol e_a származtatható.

$$ds_0 = \sqrt{dr_0^2 + dz_0^2} = dr_0 \sqrt{1 + \left(\frac{dz_0}{dr_0}\right)^2},$$
(6.a)

$$ds = \sqrt{(dr_0 + du)^2 + (dz_0 + dw)^2}.$$
(6.b)

Emeljük ki elobb ds_0 -t az (6.b) képletben jobboldalon szereplo tagból:

$$ds = ds_0 \sqrt{1 + \frac{2dr_0 du + 2dz_0 dw}{ds_0^2} + \left(\frac{du}{ds_0}\right)^2 + \left(\frac{dw}{ds_0}\right)^2},$$
 (6.c)

majd írjuk fel az e_a meridián irányú megnyúlást az (6.a) és (6.c) alapján:

$$\mathbf{e}_{a} = \frac{ds - ds_{0}}{ds_{0}} = \sqrt{1 + 2 \cdot \frac{dr_{0}du + dz_{0}dw}{ds_{0}^{2}} + \left(\frac{du}{ds_{0}}\right)^{2} + \left(\frac{dw}{ds_{0}}\right)^{2} - 1}$$
(7)

A (7) kifejezés négyzetgyökös tagját binomiális sorba fejtve, majd a nagyságrendi különbség miatt elhanyagolva a hányadosok elsonél magasabb fokú hatványait, végül ds₀-t az (6.a) második alakja szerint behelyettesítve az alábbi, tovább egyszerusítheto alakhoz jutunk:

$$\boldsymbol{e}_{a} \approx \frac{dr_{0}du + dz_{0}dw}{ds_{0}^{2}} = \left(\frac{du}{dr_{0}} + \frac{dz_{0}}{dr_{0}}\frac{dw}{dr_{0}}\right)\left[1 + \left(\frac{dz_{0}}{dr_{0}}\right)^{2}\right]^{-1}.$$
(8)

További egyszerusítésként alkalmazzuk a (8) kifejezésre is a (3.b) képlettel kapcsolatban megfogalmazott értelmezés-cserét, azaz tekintsük a feszültségmentes alakot a szerelési alak feszítési nyúlások ellentettjei hatására megváltozott alakjának. Ez formálisan csak annyit jelent, hogy elhagyhatjuk a (8)-ban szereplo dr_0 és dz_0 növekmények 0 indexeit. Az így módosított képletbol a w függoleges elmozdulás és az r sugár dw, ill. dr differenciáljának hányadosát ki lehet rendezni úgy, hogy az egyenlet másik oldalán r ismert függvényei szerepeljenek, ezért a differenciálhányadost w(r) függvény deriváltjának tekintve maga a w(r)függvény is eloállítható egy határozatlan integrálás elvégzésével. Ha dz/dr helyére a rövidség kedvéért újból z_r -t írunk, u(r)-t pedig az (5) szerinti $e_J \cdot r$ szorzattal helyettesítjük, w(r)-re az alábbi integrálalakot kapjuk:

$$w(r) = \int \left\{ \boldsymbol{e}_{\boldsymbol{a}} \cdot \frac{1+z_{r}^{2}}{z_{r}} - \frac{\boldsymbol{e}_{J}}{z_{r}} - \frac{r}{z_{r}} \cdot \frac{d\boldsymbol{e}_{J}}{dr} \right\} dr .$$

$$\tag{9}$$

A képletben a vízszintes irányú nyúlás (e_J) is szerepel, ami azt mutatja, hogy mind a meridián-, mind a gyuruirányú merevség befolyással van a függoleges elmozdulásra.

A (9) kifejezésbe z(r) (1.b) szerinti alakját helyettesítve az integrálás képletszeruen elvégezheto [5], és *w*(*r*)-re az alábbi összefüggést adja:

$$w(r) = \frac{n_0}{C \cdot a \cdot t} \left[-\frac{A(r)}{E_a} - \frac{B(r)}{E_J} + \left(\frac{n_a}{E_a} + \frac{n_J}{E_J} \right) \cdot D(r) + E(r) \right],$$
(10)
ahol $A(r) = -\frac{\left(\sqrt{r^2 + C^2 \cdot a^2} \right)^3}{r} + \frac{3}{2} \cdot r \cdot \sqrt{r^2 + C^2 \cdot a^2} + \frac{3}{2} \cdot C^2 \cdot a^2 \cdot arsh \frac{r}{C \cdot a},$

$$B(r) = \frac{1}{2} \cdot r \cdot \sqrt{r^2 + C^2 \cdot a^2} - \frac{1}{2} \cdot C^2 \cdot a^2 \cdot \operatorname{arsh} \frac{r}{C \cdot a},$$

$$D(r) = \frac{1}{2} \cdot r \cdot \sqrt{r^2 + C^2 \cdot a^2} + \frac{1}{2} \cdot C^2 \cdot a^2 \cdot \operatorname{arsh} \frac{r}{C \cdot a}$$

$$E(r) = r^2 \cdot \left(\frac{1}{E_J} \cdot \frac{r}{\sqrt{r^2 + C^2 \cdot a^2}} - \frac{\mathbf{n}_J}{E_J} \frac{\sqrt{r^2 + C^2 \cdot a^2}}{r}\right).$$

és

A (10) kifejezéssel meghatározható a z(r) görbe bármely pontjának függoleges elmozdulása, mely egyben azt is jelenti, hogy visszaszámítható a feszültségmentes alak pontjainak magassági koordinátája is:

$$z_0(r)=z(r)-w(r)$$

3. FESZÍTÉS A PEREM FÜGGOLEGES ELMOZDÍTÁSÁVAL

Tekintsük feladatunknak, hogy meghatározzuk, milyen *d* nagyságú feszítési úton valósul meg a sátor elofeszítése, azaz mennyivel kell még továbbemelni a gyurut attól az állapottól, amikor - az önsúlyból származó feszültséget elhanyagolva - még éppen nincs feszültség a ponyvában ahhoz, hogy elérjük az n_0 *Pelikán*-féle feszültségállapotot. A válasz az elozo szakasz eredményeibol kiolvasható, de más utat is követhetünk.

Használjuk *d* meghatározásához a felületre ható külso és belso erok elmozduláson végzett munkájának egyensúlyát. A külso saját munka (W_k) a peremerok munkája, mely a kilépo metszetero függoleges komponense által a *d* hosszon végzett, és a vízszintes komponens által a táguláson végzett munkából adódik. A belso saját munka (W_b) a felületben felhalmozódott összes rugalmas energia (U) összegével egyenlo:

$$W_{k} = \left[\frac{1}{2} \cdot n_{0} \cdot z_{r}(b) \cdot d - \frac{1}{2} \cdot n_{0} \cdot \Delta r(b)\right] \cdot 2b\pi + \frac{1}{2} \cdot n_{0} \cdot \Delta r(a) \cdot 2a\pi =$$

= $\pi \cdot n_{0} \cdot \left[b \cdot z_{r}(b) \cdot d_{b} + \varepsilon_{\vartheta}(a) \cdot a^{2} - \varepsilon_{\vartheta}(b) \cdot b^{2}\right]$
(11.a)

$$W_b = \int_a^b U \cdot 2r \boldsymbol{p} \cdot \sqrt{1 + z_r(r)^2} \cdot dr, \quad \text{ahol} \quad U = \frac{1}{2} [\boldsymbol{e}_a \cdot N_a + \boldsymbol{e}_J \cdot N_J].$$
(11.b)

Az egyenletekben b-vel a felso peremgyuru, a-val az alapkör sugarát jelöltük (1. ábra).

A (11.a-b) egyenletekkel kifejezett munkák egyenloségébol meghatározható a keresett *d* feszítési út. Ehhez azonban át kell írni mindkét kifejezést a redukált feszültség (n_0) és a felületet leíró z(r) függvény segítségével. Az átalakítás után a külso virtuális munka alakja az alábbi lesz:

$$W_{k} = -n_{0} \cdot \pi \cdot C \cdot a \cdot d + \frac{n_{0}^{2} \cdot \pi}{t} \cdot (E(a) - E(b)), \qquad (12)$$

ahol az E(a) ill. E(b) jelölések megegyeznek a (10)-ben szereplo E(r) r = a ill. r = b helyettesítési értékeivel.

A belso munkához eloször a rugalmas energiát kell átírni kezelhetobb alakra:

$$\boldsymbol{e}_{a} \cdot \boldsymbol{N}_{a} = \frac{n_{0}^{2}}{E_{a} \cdot t} \cdot \left[\frac{r^{2} + C^{2} \cdot a^{2}}{r^{2}} - \boldsymbol{n}_{a} \right],$$
$$\boldsymbol{e}_{J} \cdot \boldsymbol{N}_{J} = \frac{n_{0}^{2}}{E_{J} \cdot t} \cdot \left[\frac{r^{2}}{r^{2} + C^{2} \cdot a^{2}} - \boldsymbol{n}_{J} \right],$$

majd el kell végezni a parciális integrálást.

Ha ezt követoen felírjuk az energia-egyensúlyt, és az egyenloségbol kifejezzük *d*-t, végeredményül a következo alakot kapjuk:

$$d = \frac{-n_0}{C \cdot a \cdot t} \cdot \left[\frac{A(r)}{E_{\alpha}} + \frac{B(r)}{E_{\vartheta}} - \left(\frac{v_{\alpha}}{E_{\alpha}} + \frac{v_{\vartheta}}{E_{\vartheta}} \right) \cdot D(r) - E(r) \right]_a^{\nu},$$
(13)

ahol a képletben szereplo A(r), B(r), D(r), ill. E(r) jelölések megegyeznek a (10) alatti alakokkal.

A (13) egyenletbol adott geometria mellett a belso gyuru azon magasságkülönbsége számítható ki, mely ahhoz kell, hogy a feszültségmentes alakból adott *Pelikán*-féle feszültségállapothoz tartozó alakot kapjunk.

4. A PEREMEK EMELÉS ELOTTI FESZÍTÉSE

Az elozo szakaszban azzal az egyszerusíto feltevéssel éltünk, hogy a körsátor teljes feszítése elvégezheto a peremek függoleges irányú eltávolításával. Az energiamérleg felírásakor azonban azt is figyelembe vettük, hogy a peremkörök sugara a feszített állapotban eltér a feszítetlen sátor peremeinek sugarától. Ahhoz, hogy a sátor a felso peremkör elmozdítása után valóban a tervezett állapotba kerüljön az szükséges, hogy a peremeit még az emelés elott a végállapotnak megfelelo sugarú körökre feszítsük. Ez csak úgy képzelheto el, hogy a sátornak a peremhez közeli sávja az alakváltozások következtében sík-membránná feszül ki, ellenkezo esetben ugyanis zérustól különbözo N_a peremerovel, ill. metszeterovel a szerkezet globális egyensúlya nem állhat fenn. A peremsávok (síkba terülo sávok) síkba terülése a 2. ábrán látható módon lecsökkenti azt a magasságot, ameddig a felso kör belso erok keletkezése nélkül felemelheto, azaz megnöveli az elozo szakaszban vizsgált feszítési út *d* hosszát. (Az ábrán az egyszeruség kedvéért csak az alsó peremkör emelés elotti feszítésének a hatását mutatjuk meg.) Vizsgáljuk tehát, hogy ha a sátor szabás szerint a_0 sugarú peremét rugalmas megnyújtással ráfeszítjük a szerelési alak *a* sugarú peremgyurujére, ehhez milyen nagyságú - vízszintes - N_a peremerot kell alkalmaznunk, továbbá hogy milyen széles peremsáv kerül ennek során sajátfeszültségi állapotba.



2. ábra: A meridián állapotváltozásai

Jelöljük a deformálatlan állapotban r polársugarú felületi pont helyét a vízszintes síkba terülo ponyvasávban \overline{r} -rel. A két polársugár kapcsolata a következo:

$$\bar{r} = r \cdot (1 + \boldsymbol{e}_J), \tag{14}$$

ahol e_J a gyuruirányú fajlagos megnyúlás.

A meridián e_a megnyúlását írjuk fel a ds₀ hosszúságú deformálatlan meridián-szakasz hosszváltozása alapján. A deformálatlan állapotban:

$$ds_0 = dr \sqrt{1 + z_r^2} ,$$

ahol z a szabási alakfüggvény, a deformált állapotban pedig

$$ds = d\overline{r} = d\left[r \cdot (1 + \boldsymbol{e}_J)\right] = (1 + \boldsymbol{e}_J) \cdot dr + r \cdot \frac{d\boldsymbol{e}_J}{dr} dr$$

Az ívhossz-változás alapján

$$\boldsymbol{e}_{a} = \frac{ds - ds_{0}}{ds_{0}} = \frac{1 + \boldsymbol{e}_{J} + r \cdot \frac{d\boldsymbol{e}_{J}}{dr}}{\sqrt{1 + z_{r}^{2}}} - 1.$$
(15)

A sávban muködo metszeterok egyensúlyához fenn kell állnia a körszimmetrikus síkbeli feszültségállapot alapján felírható

$$N_{J} = \frac{d}{d\bar{r}} \left(N_{a} \cdot \bar{r} \right) = \frac{d}{dr} \left[N_{a} \cdot r \cdot \left(1 + \boldsymbol{e}_{J} \right) \right] \left[1 + \boldsymbol{e}_{J} + r \cdot \frac{d\boldsymbol{e}_{J}}{dr} \right]^{-1}$$
(16)

egyenloségnek.

Ha a fenti egyenletben N_a -t és N_J -t az ortotróp szilárdsági összefüggés alapján kifejezzük e_a és e_J segítségével, majd e_a helyére a (15) kifejezést írjuk, e_J -ra egy meglehetosen bonyolult, nemlineáris másodrendu differenciálegyenletet kapunk. Ennek megoldása az

$$\boldsymbol{e}_{J}(a_{0}) = \frac{a - a_{0}}{a_{0}}$$

peremfeltételhez csatolt

$$\boldsymbol{e}_{J}(r_{a}) = 0$$
 helyén $\boldsymbol{e}_{a} = 0$

ún. utólagos peremfeltétellel teheto matematikailag határozottá. Az utólagos peremfeltétel helyeként adódó r_a a hozzáfeszítés során feszültségmentes állapotban maradó tartomány határkörének a sugara.

A kényelmetlen peremfeltételekkel is komplikált vizsgálat radikálisan egyszerusítheto, ha feltesszük, hogy a ráfeszítéskor síkba terülo ponyvasáv a- r_a szélessége nagyságrenddel kisebb a peremkör a sugaránál. Ez egyrészt lehetové teszi, hogy a sávban z_r értékét konstansnak tekintsük, másrészt azt, hogy e_J mellett elhanyagolhassuk a sugárirányú eltolódásban e_a szerepét, hiszen az elobbi hozzávetoleg a, az utóbbi pedig a- r_a "nagyítással"

Az egyszerusítések eredményeként a síkba feszülo peremsávot a feszültségmentes tartománytól elválasztó kör sugarát (r_a) az

$$a - r_a = (a_0 - r_a) \cdot \sqrt{1 + z_r^2}$$
(17)

egyenlet felhasználásával számíthatjuk ki, a feszítési útnak az alsó perem illesztéséhez tarozó megnövekedését pedig a

$$\boldsymbol{d} \, \boldsymbol{d}_a = \left(\boldsymbol{a} - \boldsymbol{r}_a \right) \cdot \boldsymbol{z}_r \tag{18}$$

képlet adja. N_J metszetero számítására az $r_a < r < a$ síkba feszülo sávban az

$$N_J = E_J \cdot t \cdot \frac{a - a_0}{a_0} \cdot \frac{r - r_a}{a - r_a}$$
(19)

képletet használhatjuk. N_a peremerot a gyuruirányú feszültségek ismeretében a radiális terhelésu gyuruk vizsgálatára használt képlet (a "kazánképlet") átrendezésével

$$N_a = E_J \cdot t \cdot \frac{a - a_0}{a_0} \cdot \frac{a - r_a}{2 \cdot a}$$
(20)

formában közvetlenül is felírhatjuk, de ugyanezt az értéket kapjuk N_a peremértékeként a síkbeli feszültségi állapot egyensúlyi feltétele alapján meghatározható

$$N_a = E_J \cdot t \cdot \frac{a - a_0}{a_0} \cdot \frac{\left(r - r_a\right)^2}{2 \cdot r \cdot \left(a - r_a\right)}$$

képlettel is, ha r helyére a-t helyettesítjük be.

Függoleges peremérintoju ponyva esetén a vízszintesre terülo sáv szélessége és a feszítési út ennek megfelelo növekedése a- a_0 , a peremerot pedig úgy kapjuk, ha a (20) képletben r_a helyére a_0 -t teszünk. Vízszintes peremérintoju ponyva esetén a képletek érvényüket vesztik, mert csak a szabásalak részletesebb vizsgálatával döntheto el, hogy az egyszerusítések alapjául szolgáló feltételezés valóban fennáll-e.

ÖSSZEFOGLALÁS

Körszimmetrikus *Pelikán*-felületek esetére levezettük azokat az összefüggéseket, melyekkel a sátor szerelési alakjának ismeretében visszaszámítható a körsátor feszültségmentes alakja. Ezzel a módszerrel lehetové vált a szabásminta és a feszítési út meghatározása is.

KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

A kutatást - Sátorszerkezetek címmel - az Országos Tudományos Kutatási Alap támogatja (OTKA szám: T32 057), melyért a szerzok ezúton is köszönetüket fejezik ki.

IRODALOM

- [1] Hegedus I.: Héjszerkezetek, Egyetemi tankönyv, *Muegyetemi Kiadó*, Budapest (1998)
- [2] Hincz K., Gáspár Zs.: "The Effect of the Approximations Used During Generation of Membrane Cutting Pattern", Archives of Civil Engineering XLV, 2. pp. 221-230 (1999)
- [3] H. Pálfalvi D., Hegedus I.: "A forgásszimmetrikus ponyvaszerkezet meridiángörbéjének alakjáról", A BME Hidak és Szerkezetek Tanszéke Tudományos Közleményei, Budapest 2001, HU ISSN 1586-7196, pp. 63-70 (2001)
- [4] Kollár L. (szerk.): Ponyvaszerkezetek, Muszaki Könyvkiadó, Budapest, 1987
- [5] Korn, G.A. Korn, T.M.: Mathematical Handbook for Scientists and Engineers, New York, 1968
- [6] Pálfalvi D., Hegedus I.: "On the statical problems for determination of the shape of prestressed tents", *Periodica Polytechnica Ser. Civ. Eng.*, Vol.42, No.2, pp. 163-169 (1998)